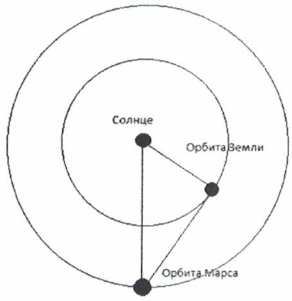
ОТВЕТЫ И ПРИМЕРНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ
ВсОШ ПО АСТРОНОМИИ (2019 – 2020)
(муниципальный этап)

7-8 классы

1. Для наблюдателя с Марса, Земля находится в элонгации, что будет максимальным угловым удалением. Примем во внимание, что: расстояние от Солнца до Марса - 1,5 а.е., расстояние от Солнца до Земли — 1 а.е. Тогда угол элонгации $\sin \alpha = 1/1{,}5$, $\alpha = 41{,}8^0$.



2. Луна движется почти по эклиптике и в полнолуние располагается в противоположной от Солнца ее точке. Поскольку зимой Солнце находится ниже экватора (склонение отрицательное), то Луна выше (склонение положительное). Поэтому днем Солнце видно невысоко над горизонтом, а Луна ночью - высоко, градусов на 40-45 выше дневного положения Солнца (удвоенный наклон эклиптики к экватору).

3. Смещение пятна за сутки составит r = 11,5 мм. Так как Солнце представляет собой сферическую поверхность, то длина экватора составит $L = 2\pi R = 314$ (мм). Следовательно, период осевого вращения Солнца будет $S = L/r$ (суток) = 27,3 суток (без учёта движения Земли вокруг Солнца). С учётом движения Земли получим: $1/S = 1/P - 1/T$, где S - продолжительность солнечных суток, P - период вращения Солнца T - период обращения Земли вокруг Солнца. $P = S{\cdot}T/S{+}T$ $\quad P = 25{,}4$ суток

4. а) Рис.1 – Орион, латинское название Orion, α Ориона (α Ori) – Бетельгейзе, звездная величина $0{,}42^m$;
Рис.2 – Большая Медведица, латинское название Ursa Major, α Б.Медведицы (α UMa) – Дубхе, звездная величина $1{,}79^{\,m}$;
Рис.3 – Лебедь, латинское название Cygnus, α Лебедя (α Cyg) – Денеб, звездная величина $1{,}25^{\,m}$.

в) Орион наблюдается в вечернее время зимой,
Большая Медведица – незаходящее созвездие и наблюдается круглый год,
Лебедь – летом и осенью.

с) Для Ориона - Большая туманность Ориона, туманность Конская Голова, кратная система Трапеция.
Для Большой Медведицы - оптически двойная звезда Мицар – Алькор.
Для Лебедя – туманность Северная Америка, двойная Альбирео.

ОТВЕТЫ И ПРИМЕРНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ПО АСТРОНОМИИ (2019 – 2020)

9 класс

1. Ускорение свободного падения для Земли и Луны

$g_з = \frac{GM_з}{R_з^2}, \qquad g_л = \frac{GM_л}{R_л^2}$

Формула для вычисления периода математического маятника

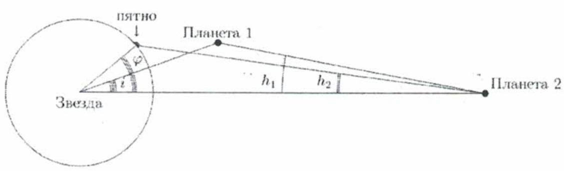
$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

$\frac{g_з}{g_л} = \frac{M_з}{M_л}\left(\frac{R_л}{R_з}\right)^2 = 81 \cdot (0{,}27)^2 \qquad l = 2\pi\frac{T^2}{4\pi^2}g_л \quad l = 2\pi\frac{T^2}{4\pi^2}\frac{g_з}{81 \cdot (0{,}27)^2} = \frac{T^2}{2}\frac{g_з}{5{,}9} = 0{,}83$ м

2. Так как угловое разрешение глаза составляет в среднем 1/60 градуса = 2.9×10^{-4} радиан, то при удалении на $1{,}5\times10^{8}$ км (расстояние от Земли до Солнца) такому разрешению соответствует размер протуберанца перпендикулярного к лучу зрения, равный 2.9×10^{-4} радиан $\times 1{,}5\times10^{8}$ км = $4{,}36\times10^{4}$ км.

3. Расстояние от звезды до центра масс (r), лежащего на пересечении биссектрис треугольника найдем с помощью теоремы Пифагора и теоремы о пересечении биссектрис, делящих друг друга в отношении 1:2. Следовательно $r = L/\sqrt{3}$. Сложив по правилу параллелограмма силы, действующие на звезду, найдем ее ускорение к центру масс: $a = \sqrt{3}Gm/L^2$, где m - масса звезды, G – гравитационная постоянная. Это ускорение играет роль центростремительного (V^2/r), поэтому скорость вращения $V = \sqrt{Gm/L}$. А т.к, орбитальный период $P = 2\pi r/V$, то $\left(P/2\pi\right)^2 = L^3/3Gm$, откуда $m = \frac{4\pi^2 L^3}{3GP^2}$.

4. Пусть a—радиус орбиты Планеты 1, i—ее наклон, φ—широта пятна, R —радиус звезды, r — радиус орбиты Планеты 2. Построим рисунок (для наглядности радиус звезды и углы сильно преувеличены):



Максимальная высота первой планеты при наблюдении со второй

$$h_1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{a \cdot \sin i}{r - a \cdot \cos i}\right).$$

Все углы в этой формуле малые, поэтому арктангенс и синус соответствующих углов равны им самим, выраженным в радианах, а косинус можно с очень хорошей точностью считать равным 1. Заметим, что при пересчете синуса и арктангенса коэффициент, связывающий радианы и градусы, войдет в формулу дважды: в знаменатель и в числитель, и тем самым сократится. Тогда формулу можно переписать в виде:

$$h_1 = \frac{a \cdot i}{r - a},$$

где угол i выражен в градусах. Отсюда получаем, что h_1 = 0,88°. Заметим, что это значение больше, чем угловой радиус звезды, видимый с Планеты 2 (0,5/4° = 0,125°). Тем самым высоту пятна для наблюдателя h_2 можно не вычислять. Очевидно, что покрытие принципиально возможно, если только пятно «доживет» до подходящего момента.

5. Абсолютная звездная величина Солнца примерно $+5^m$. Это означает, что Солнце, находясь на расстоянии 10 пк, имело бы видимую звездную величину $+5^m$. Если Солнце будет располагаться в 10 раз дальше, то освещенность, создаваемая им (прямо пропорциональная светимости и обратно пропорциональная квадрату расстояния) станет меньше в 10^2 раза. Следовательно, светимость звезды в 100 раз больше, чем светимость Солнца. Тогда для того, чтобы освещенность, создаваемая звездой на планете, совпадала с освещенностью, создаваемой Солнцем на Земле, нужно, чтобы планета располагалась от звезды в 10 раз дальше, чем Земля от Солнца, т.е. искомое расстояние должно равняться 10 а.е.

6. а) Рис.1 – Орион, латинское название Orion, α Ориона (α Ori) – Бетельгейзе, звездная величина $0{,}42^m$;

Рис.2 – Большая Медведица, латинское название Ursa Major, α Б.Медведицы (α UMa) – Дубхе, звездная величина $1{,}79^m$;

Рис.3 – Лебедь, латинское название Cygnus, α Лебедя (α Cyg) – Денеб, звездная величина $1{,}25^m$.

в) Орион наблюдается в вечернее время зимой,

Большая Медведица – незаходящее созвездие и наблюдается круглый год,

Лебедь – летом и осенью.

с) Для Ориона - Большая туманность Ориона, туманность Конская Голова, кратная система Трапеция.

Для Большой Медведицы - оптически двойная звезда Мицар – Алькор.

Для Лебедя – туманность Северная Америка, двойная Альбирео.

ОТВЕТЫ И ПРИМЕРНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ПО АСТРОНОМИИ (2019 – 2020)

10 класс

1. Для того, чтобы найти скорость движения Солнца относительно центра масс (барицентра) Солнечной системы, следует понять, почему центр Солнца не совпадает с барицентром. Это является следствием наличия в Солнечной системе других массивных тел. Что это за тела? Очевидно, что они должны быть достаточно тяжелыми. Самое тяжелое, что имеется — планеты. Если некоторая планета имеет период обращения вокруг Солнца, равный P, радиус орбиты r и массу m, то в таком случае скорость ее движения по орбите $v = 2\pi r/P$. Из закона сохранения импульса (или правила рычага вкупе с определением положения центра масс) следует, что $mv = MV$, где M — масса Солнца, а V — его скорость относительно центра масс. Тогда $V = 2\pi \frac{r}{P}\frac{m}{M}$, и, учитывая III закон Кеплера $P = r^{3/2}$, если периоды мы измеряем в годах, а расстояния — в астрономических единицах), окончательно получаем $V = \frac{2\pi}{\sqrt{r}}\frac{m}{M}$. Массы всех планет земной группы явно слишком малы, и их можно не учитывать. Остаются планеты-гиганты. Однако, поскольку самая массивная планета-гигант — Юпитер одновременно является и самой близкой к Солнцу, очевидно, что именно Юпитер является главной причиной движения Солнца вокруг центра масс Солнечной системы. Радиус его орбиты составляет около 5 а.е., масса составляет около 1/1000 массы Солнца, поэтому: $V \approx \frac{2\cdot 3}{\sqrt{5}} 10^{-3} \approx 3\cdot 10^{-3}$ а.е./год. Соответственно, за один год Солнце проходит около 0:003 а.е. При желании ответ можно (но не обязательно нужно) перевести, например, в километры.

2. Абсолютная звездная величина Солнца примерно $+5^m$. Это означает, что Солнце, находясь на расстоянии 10 пк, имело бы видимую звездную величину $+5^m$. Если Солнце будет располагаться в 10 раз дальше, то освещенность, создаваемая им (прямо пропорциональная светимости и обратно пропорциональная квадрату расстояния) станет меньше в 10^2 раз. Следовательно, светимость звезды в 100 раз больше, чем светимость Солнца. Тогда для того, чтобы освещенность, создаваемая звездой на планете, совпадала с освещенностью, создаваемой Солнцем на Земле, нужно, чтобы планета располагалась от звезды в 10 раз дальше, чем Земля от Солнца, т.е. искомое расстояние должно равняться 10 а.е.

3. «Земные» усилия можно оценить по силе давления человека на Землю при совершении прыжка. Приобретенная потенциальная энергия в верхней точке прыжка на Земле равна работе сил, действующих на человека во время разгона: $(N - mg)S = mgh$. Здесь N – сила реакции опоры, mg – сила притяжения к Земле, S – перемещение человека при приседании, h – высота наибольшего подъема человека при прыжке на Земле. Подставляя данные условия задачи: $S = h$, получим: $N = 2mg$. Сила притяжения к астероиду много меньше силы притяжения к Земле. Применяя теорему об изменении кинетической энергии человека при прыжке на астероиде: $mv^2/2 = NS = 2mgS$, получим для скорости v отрыва человека от астероида: $v = (4gS)^{0,5}$ =2м/с , (полагая g =10м/с^2). Оценим вторую космическую скорость v_a при отрыве от астероида. При одинаковой средней плотности Земли и астероида: $v_a = v_з(R_a/R_з)$, где $R_{a,з}$ -соответственно радиусы астероида и Земли, $v_з$ – вторая космическая скорость отрыва от Земли. Подставляя радиус Земли (6400 км), $v_з$=11км/с и данные условия задачи, получим: $v_a \approx$1,7м/с< v. Мы получили, что приобретенная вовремя попытки прыжка человека на астероиде начальная скорость больше второй космической скорости, поэтому человек на астероиде не удержится.

4. Будем считать, что вся энергия движения частицы «высвечивается» при ее сгорании. Тогда светимость метеора $L_M = \frac{MV^2}{2}\Big/\tau$, где τ - время сгорания, V - начальная скорость метеора, M – масса метеора. Выражая массу через плотность ρ метеорного вещества и диаметр d частицы, получим: $L_M = \frac{\rho\pi d^3 V^2}{12\tau}$. По формуле Погсона:

$\dfrac{L_{Сол}}{r^2_{Сол}} \Big/ \dfrac{L_M}{r^2_M} = 2{,}51^{m_M - m_{Сол}}$, где m_M - видимая звездная величина метеора, $m_{Сол}$ -видимая звездная величина Солнца, r_M - расстояние от наблюдателя до метеора, $r_{Сол}$ - расстояние от земли до солнца, $L_{Сол}$ - светимость Солнца. Для времени сгорания τ получим:

$$\tau = 2{,}51^{m_M - m_{Сол}} \cdot \frac{\dfrac{r^2_{Сол}}{r^2_M}\rho \pi d^3 V^2}{12 L_{Сол}} = \frac{2{,}51^{30}\left(\dfrac{1{,}5\cdot 10^8}{10^2}\right)^2 \cdot 4\cdot 10^3 \cdot \pi \cdot 10^{-9} \cdot \left(3\cdot 10^4\right)^2}{12\cdot 3\cdot 10^{26}} \approx 7\cdot 10^{-3}\,сек$$

5. Рассмотрим 3 возможных случая: 1) Лучевая скорость пульсара направлена от наблюдателя. 2) Лучевая скорость пульсара направлена к наблюдателю. 3) Лучевая скорость пульсара в момент наблюдения равна нулю. В первом случае пульсар удаляется от Земли, и с ростом расстояния до наблюдателя угол между вектором его лучевой скорости и вектором полной скорости уменьшается. Следовательно, скорость удаления пульсара от наблюдателя медленно возрастает, поэтому частота импульсов, согласно эффекту Доплера, должна падать. Во втором случае пульсар приближается к Земле, и с уменьшением расстояния до наблюдателя угол между вектором его лучевой скорости и вектором полной скорости возрастает. Следовательно, скорость приближения пульсара к наблюдателю медленно уменьшается, поэтому частота импульсов, согласно эффекту Доплера, должна падать. В третьем случае пульсар начинает медленно удаляться от Земли, его лучевая скорость возрастает от нулевого значения. Поэтому частота импульсов, согласно эффекту Доплера, должна падать. Таким образом, во всех случаях должно наблюдаться медленное уменьшение частоты импульсов пульсара. Кстати, по своей ожидаемой величине оно вполне доступно измерениям для не очень далеких пульсаров, и лишь медленное торможение вращения радиопульсаров, так же приводящее к уменьшению частоты импульсов, затрудняет наблюдательное обнаружение рассматриваемого здесь эффекта.

6. а) Рис.1 – Орион, латинское название Orion, α Ориона (α Ori) – Бетельгейзе, звездная величина $0{,}42^m$;

Рис.2 – Большая Медведица, латинское название Ursa Major, α Б.Медведицы (α UMa) – Дубхе, звездная величина $1{,}79^m$;

Рис.3 – Лебедь, латинское название Cygnus, α Лебедя (α Cyg) – Денеб, звездная величина $1{,}25^m$.

в) Орион наблюдается в вечернее время зимой,

Большая Медведица – незаходящее созвездие и наблюдается круглый год,

Лебедь – летом и осенью.

с) Для Ориона - Большая туманность Ориона, туманность Конская Голова, кратная система Трапеция.

Для Большой Медведицы - оптически двойная звезда Мицар – Алькор.

Для Лебедя – туманность Северная Америка, двойная Альбирео.

ОТВЕТЫ И ПРИМЕРНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ПО АСТРОНОМИИ (2019 – 2020)

11 класс

1. Нейтронная звезда состоит из сверхплотного вещества, в котором нейтроны практически вплотную «прижаты» друг к другу. Так как размер атома порядка 10^{-10}м, а размер нейтрона – порядка 10^{-15}м, то можно считать, что размер нейтронной звезды примерно в 10^5 раз меньше размеров Солнца. Скорость падения «из бесконечности» — это, по существу, вторая космическая скорость, равная $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$, где G –гравитационная постоянная, R – радиус звезды, M- масса звезды. Таким образом, $v = 618\cdot\sqrt{10^5}$ м/с $\approx 1{,}95\cdot10^5$м/с, т.е. всего в 1,5 раза меньше скорости света! Разогнанное вещество при ударе о поверхность нейтронной звезды выделяет колоссальную энергию. Именно этот эффект лежит в основе интерпретации вспышек сверхновых 2–го типа.

2. Рассмотрим 3 возможных случая: 1) Лучевая скорость пульсара направлена от наблюдателя. 2) Лучевая скорость пульсара направлена к наблюдателю. 3) Лучевая скорость пульсара в момент наблюдения равна нулю. В первом случае пульсар удаляется от Земли, и с ростом расстояния до наблюдателя угол между вектором его лучевой скорости и вектором полной скорости уменьшается. Следовательно, скорость удаления пульсара от наблюдателя медленно возрастает, поэтому частота импульсов, согласно эффекту Доплера, должна падать. Во втором случае пульсар приближается к Земле, и с уменьшением расстояния до наблюдателя угол между вектором его лучевой скорости и вектором полной скорости возрастает. Следовательно, скорость приближения пульсара к наблюдателю медленно уменьшается, поэтому частота импульсов, согласно эффекту Доплера, должна падать. В третьем случае пульсар начинает медленно удаляться от Земли, его лучевая скорость возрастает от нулевого значения. Поэтому частота импульсов, согласно эффекту Доплера, должна падать. Таким образом, во всех случаях должно наблюдаться медленное уменьшение частоты импульсов пульсара. Кстати, по своей ожидаемой величине оно вполне доступно измерениям для не очень далеких пульсаров, и лишь медленное торможение вращения радиопульсаров, так же приводящее к уменьшению частоты импульсов, затрудняет наблюдательное обнаружение рассматриваемого здесь эффекта.

3. Диаметр звезды D, ее светимость L и температуру поверхности T связывает закон Стефана - Больцмана: $L = \sigma T^4 \pi D^2$, откуда: $D/D_\odot = (L/L_\odot)^{1/2} (T_\odot/T)^2$. Температуру T поверхности Сириуса найдем из закона Вина: $T(K) = 3\cdot10^{-3}/\lambda$(м). Отношение светимостей $L/L_\odot$ можно выразить через отношение освещенностей $E/E_\odot$ на Земле от Солнца и Сириуса: $L/L_\odot = (E/E_\odot)(r/r_\odot)^2$, где r и $r_\odot$ - соответственно расстояния от Земли до Сириуса и Солнца. Учитывая, что $E/E_\odot = 2{,}5^{m_\odot - m}$, и , производя последовательно вычисления, получим: $T = 10000$К, $P_\odot/P = 1.28\cdot10^{10}$, $L/L_\odot = 27{,}3$, получим: $D/D_\odot = 1.9$

4. Начнем с оценки массы астероида. Считая, что средняя плотность вещества астероидов около $2 * 10^3$кг/м^3, и оценивая объем астероида как $300^3 = 3 * 10^7$ м^3 (для оценки его вполне можно считать и кубическим), получаем массу порядка $6 * 10^{10}$ кг, причем сразу отметим, что точность этой оценки весьма невелика. Дальнейшие рассуждения можно вести несколькими путями, мы опишем самый короткий, но не обязательный. Вспомним одну из форм интеграла энергии:

$$v^2 = GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$$

где v — скорость движения тела по орбите вокруг притягивающего центра, G — гравитационная постоянная, M — масса притягивающего центра (в нашем случае Солнца), r — расстояние до притягивающего центра, a — большая полуось орбиты. В момент удара расстояние r не меняется, но меняется скорость v, что может привести к изменению a, которое и требуется найти. Совершенно очевидно, что изменение скорости за счет удара будет небольшим, и малое изменение v приведет к малому изменению a. В то же время начальное значение скорости v, а также значение r могут быть разными, поскольку орбита астероида в общем случае эллиптическая. Но, поскольку эксцентриситет орбиты астероида ограничен сверху значением $e = 0{:}25$, то расстояние r меняется в пределах от a (1 - e) до a (1+ e) (т.е. менее чем в два раза), как следствие, величина начальной скорости может меняться также максимум примерно в два раза. Отсюда следует важный вывод: с учетом низкой точности оценки массы астероида рассматривать разные случаи (столкновение в перигелии или афелии, удар «в хвост» астероида, увеличивающий его импульс, или, наоборот, «в лоб»), практически бесполезно. Достаточно ограничиться одной оценкой для некоторого «среднего» случая. Заметим, впрочем, что можно выбрать для оценки и наиболее эффективный вариант изменения орбиты. Для этого надо, чтобы скорость астероида в относительных величинах изменилась сильнее всего, а это получится в ситуации, когда удар будет произведен «в лоб» в тот момент, когда скорость движения астероида будет минимальной (т.е. он будет находиться в афелии самой вытянутой из всех возможных орбит). Получим все же «среднюю» оценку. При движении по круговой орбите астероид будет двигаться со скоростью, равной орбитальной скорости Земли, т.е. примерно 30 км/с. Считая, что его столкновение с болванкой будет абсолютно неупругим, и, воспользовавшись законом сохранения импульса, получим, что скорость астероида изменится на величину, не превосходящую $\Delta v = \frac{m}{M}V$, где m — масса болванки, M — масса астероида, V — относительная скорость движения болванки, данная в условии. Подставляя числовые данные, получаем $\Delta v \approx 5\cdot10^{-5}$ м/с. Осталось определить, каким будет изменение большой полуоси a при таком крошечном изменении скорости. Сделать это можно, например, так. Выразим из интеграла энергии член 2/r:

$$\frac{v^2}{GM}+\frac{1}{a}=\frac{2}{r}$$

и приравняем левые части для исходных и измененных значений скорости и большой полуоси:

$$\frac{v^2}{GM}+\frac{1}{a}=\frac{(v+\Delta v)^2}{GM}+\frac{1}{a+\Delta a}$$

После раскрытия скобок, сокращения одинаковых слагаемых справа и слева и пренебрежения членом, содержащим $(\Delta v)^2$, как очевидно малым на фоне остальных, получаем,

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{a+\Delta a}=\frac{2v\Delta v}{GM}$$

Левую часть равенства можно привести к общему знаменателю, после чего избавиться от малого слагаемого Δa в одном из сомножителей знаменателя:

$$\frac{\Delta a}{a^2}=\frac{2v\Delta v}{GM}$$

Затем, немного преобразовав полученное выражение и вспомнив, что для круговой орбиты (с которой мы и работаем) $v=\sqrt{GM/a}$, получим: $\frac{\Delta a}{a}=2\frac{\Delta v}{v}$

Относительное изменение скорости $\frac{\Delta v}{v}=5\cdot10^{-5}/(3\cdot10^4)\approx5/3\cdot10^{-9}$, следовательно, относительное изменение большой полуоси $\Delta a/a\approx3\cdot10^{-9}$. Так как большая полуось $a=1.5\cdot10^{11}$ м, то изменение $\Delta a\approx5\cdot10^2$ м, т.е. порядка километра.

5. Смещение пятна за сутки составит r = 11,5 мм. Так как Солнце представляет собой сферическую поверхность, то длина экватора составит $L=2\pi R$ = 314 (мм). Следовательно, период осевого вращения Солнца будет $S=L/r$ (суток) = 27,3 суток (без учёта движения Земли вокруг Солнца). С учётом движения Земли получим: $1/S=1/P-1/T$, где S - продолжительность солнечных суток, P - период вращения Солнца T - период обращения Земли вокруг Солнца. $P=S{\cdot}T/S+T$ P = 25,4 суток.

6. a) Рис.1 – Орион, латинское название Orion, α Ориона (α Ori) – Бетельгейзе, звездная величина $0{,}42^m$;

Рис.2 – Большая Медведица, латинское название Ursa Major, α Б.Медведицы (α UMa) – Дубхе, звездная величина $1{,}79^m$;

Рис.3 – Лебедь, латинское название Cygnus, α Лебедя (α Cyg) – Денеб, звездная величина $1{,}25^m$.

в) Орион наблюдается в вечернее время зимой,

Большая Медведица – незаходящее созвездие и наблюдается круглый год,

Лебедь – летом и осенью.

с) Для Ориона - Большая туманность Ориона, туманность Конская Голова, кратная система Трапеция.

Для Большой Медведицы - оптически двойная звезда Мицар – Алькор.

Для Лебедя – туманность Северная Америка, двойная Альбирео.