Ответы и решения

к задачам муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по физике в 2018/2019 учебном году

11 класс

1. (10 баллов) Под каким углом к горизонту бросили камень, если во время полета максимальная и минимальная угловая скорость вращения вектора линейной скорости камня отличались в два раза?

Ответ: Камень бросили под углом 45°.

Решение: Угловая скорость ω вращения вектора линейной скорости может быть выражена через нормальное ускорение a_n и величину линейной скорости V как $\omega = a_n/V$. В верхней точке параболической траектории камня нормальное ускорение максимально ($a_n = g$), а скорость минимальна ($V = V_0\cos\alpha$, где V_0 - начальная скорость, α - угол броска), поэтому в этой точке ω максимальна и равна $\omega_{max} = g/(V_0\cos\alpha)$. В точке броска (а также в конечной точке полета) нормальное ускорение минимально ($a_n = g\cos\alpha$), а скорость максимальна ($V = V_0$), поэтому в этой точке ω минимальна и равна $\omega_{min} = g\cos\alpha/V_0$. Из условия $\omega_{max} = 2\omega_{min}$ находим $\cos\alpha = \sqrt{2}/2$ и $\alpha = 45°$.

Разбалловка: Угловая скорость вращения вектора скорости выражена
через нормальное ускорение и линейную скорость – 3 балла.
Записана максимальная угловая скорость – 3 балла.
Записана минимальная угловая скорость – 3 балла.
Найден угол броска – 1 балл.

2. (10 баллов) Брусок массы m положили на наклонную грань расположенного на горизонтальном столе клина с углом 45° при основании. Трение между бруском и клином, клином и столом отсутствует. При какой массе клина он приобретет максимальную кинетическую энергию после соскальзывания бруска?

Ответ: Кинетическая энергия клина будет максимальна при массе клина $m/\sqrt{2}$.

Решение: Обозначим массу клина через M, начальную высоту бруска над столом через h, а ускорение свободного падения через g. Запишем закон сохранения энергии в виде

$$\frac{MV^2}{2} + \frac{mu^2}{2} = mgh, \qquad (1)$$

где V – скорость клина, а u – скорость бруска в момент достижения бруском пола. Скорость бруска можно разложить на горизонтальную (u_h) и вертикальную компоненту (u_v), так что

$$u^2 = u_h^2 + u_v^2. \qquad (2)$$

Запишем далее закон сохранения импульса в проекции на горизонтальное направление

$$MV = mu_h \qquad (3)$$

и кинематическую связь (равенство скоростей клина и бруска в проекции на перпендикулярное к наклонной грани клина направление)

$$V\frac{\sqrt{2}}{2} = \left(u_v - u_h\right)\frac{\sqrt{2}}{2}. \qquad (4)$$

Из системы уравнений (1)-(4) выражаем кинетическую энергию клина

$$W_k = \frac{MV^2}{2} = \frac{2mgh}{3 + 2\dfrac{M}{m} + \dfrac{m}{M}}. \qquad (5)$$

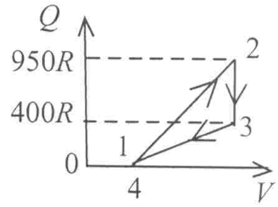
Выражение в знаменателе формулы (5) можно преобразовать к виду

$$3 + 2\frac{M}{m} + \frac{m}{M} = 3 + \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}M}{m} + \frac{m}{\sqrt{2}M}\right).$$

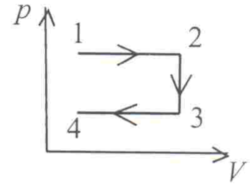
Минимальное значение выражения в скобках (а значит, максимальное значение W_k) достигается при $\frac{\sqrt{2}M}{m}=1$, т.е. $M=\frac{m}{\sqrt{2}}$.

Разбалловка: Записан закон сохранения энергии – 1 балл.
Записан закон сохранения импульса – 1 балл.
Записана кинематическая связь – 4 балла.
Получена замкнутая система уравнений – 1 балл.
Из системы уравнений выражена кинетическая энергия клина – 1 балл.
Найдена масса клина – 2 балла.

3. (10 баллов) В ходе некоторого процесса 1-2-3-4 полученное идеальным одноатомным газом тепло Q и объем газа V изменялись так, как показано на рисунке (R – молярная газовая постоянная). Найти изменение внутренней энергии газа в результате процесса.



Ответ: Изменение внутренней энергии равно -220R.



Решение: Газ совершает процесс, состоящий из двух изобар и изохоры (см. рис.). Поскольку полное (за весь процесс) полученное газом тепло равно нулю ($Q_4 = 0$), то совершенная газом работа $A_{12} + A_{34}$ (на участке 2-3 работа не совершается) равна убыли внутренней энергии газа $U_1 - U_4$:

$$A_{12} + A_{34} = U_1 - U_4. \qquad (1)$$

На изобарных участках полученное газом тепло связано с совершенной работой формулами

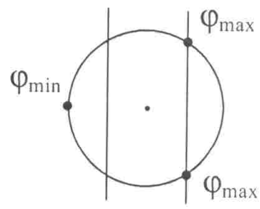
$$Q_{12}=\frac{5}{2}R\Delta T=\frac{5}{2}p\Delta V=\frac{5}{2}A_{12}, \qquad Q_{34}=\frac{5}{2}A_{34}. \qquad (2)$$

Учитывая, что $Q_{12} = Q_2 = 950R$ и $Q_{34} = -Q_3 = -400R$, находим из (1) и (2) изменение внутренней энергии

$$U_4-U_1=-\frac{2}{5}(Q_2-Q_3)=-220R.$$

Разбалловка: Определен вид процесса на каждом участке – по 1 баллу.
Записан I принцип термодинамики для всего процесса – 1 балл.
Получена связь $A = (2/5)Q$ для изобарных участков – 3 балла.
Правильно найдена работа на изобарных участках – по 2 балла за участок.
Найдено изменение внутренней энергии – 1 балл.

4. (10 баллов) Положительный точечный заряд находится посередине между двумя параллельными плоскостями с равномерно нанесенными на них положительными зарядами. Поверхностные плотности заряда плоскостей отличаются в два раза. Указать точки с наибольшим и наименьшим потенциалом на окружности с диаметром, превышающим расстояние между плоскостями, и центром, совпадающим с точечным зарядом (см. рис.). Плоскость окружности перпендикулярна заряженным плоскостям.



Ответ: Искомые точки указаны на рисунке в предположении, что правая плоскость имеет большую поверхностную плотность заряда.

Решение: По принципу суперпозиции потенциал электрического поля φ в произвольной точке равен сумме потенциалов, создаваемых в этой точке точечным зарядом и заряженными плоскостями. Потенциал точечного заряда во всех точках окружности одинаковый. Поле заряженных плоскостей направлено от плоскости с большей плотностью заряда. Поскольку вдоль поля потенциал убывает, легко найти точки с максимальным и минимальным потенциалами.

Разбалловка: Использован принцип суперпозиции для потенциала – 1 балл.
Использован потенциал точечного заряда – 1 балл.
Использована конфигурация поля плоскостей – 2 балла.
Найдены точки с максимальным потенциалом – по 2 балла.

Найдена точка с минимальным потенциалом – 2 балла.

5. (10 баллов) Груз, подвешенный к потолку на пружине, совершает колебания так, что в верхнем положении груза пружина не деформирована. Найти отношение средних за период значений упругой энергии пружины и кинетической энергии груза.

Ответ: Средняя за период упругая энергия в 3 раза больше средней кинетической.

Решение: Введем направленную вертикально вниз ось x с началом в положении равновесия груза, где пружина растянута на mg/k (m – масса груза, g – ускорение свободного падения, k – жесткость пружины). Колебания груза относительно этой точки описываются формулой $x = (mg/k)\cos\omega t$, где $\omega = \sqrt{k/m}$ (для краткости положим начальную фазу колебаний, которая не влияет на результат, равной нулю). Колебания скорости груза при этом описываются формулой $V_x = -(\omega mg/k)\sin\omega t$. Упругая энергия пружины

$$W_e = \frac{k\left(x + mg/k\right)^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + mgx + \frac{(mg)^2}{2k} = \frac{3(mg)^2}{4k} + \frac{(mg)^2}{k}\cos\omega t + \frac{(mg)^2}{4k}\cos 2\omega t$$

колеблется около среднего значения

$$\langle W_e \rangle = \frac{3(mg)^2}{4k}.$$

Кинетическая энергия груза

$$W_k = \frac{mV^2}{2} = \frac{(mg)^2}{4k} - \frac{(mg)^2}{4k}\cos 2\omega t$$

колеблется около среднего значения

$$\langle W_k \rangle = \frac{(mg)^2}{4k}.$$

Таким образом, получаем $\dfrac{\langle W_e \rangle}{\langle W_k \rangle} = 3$.

Разбалловка: Правильно записаны колебания координаты груза при выбранном начале оси x – 2 балла.
Правильно записаны соответствующие колебания скорости груза – 1 балл.
Правильно записано выражение для потенциальной энергии пружины при выбранном начале оси x – 2 балла.
Найдено среднее значение потенциальной энергии – 2 балла.
Записано выражение для кинетической энергии груза – 1 балл.
Найдено среднее значение кинетической энергии – 2 балла.

10 класс

1. (10 баллов) Движущаяся прямолинейно с постоянным ускорением частица в моменты времени t_1, t_2 и t_3 ($0 < t_1 < t_2 < t_3$) находилась на одинаковом удалении от точки, которую она проходила в момент $t = 0$. Считая моменты t_1, t_2 известными, найти t_3.

Ответ: $t_3 = \dfrac{t_1 + t_2}{2} + \sqrt{\dfrac{(t_1 + t_2)^2}{4} + t_1 t_2}$.

Решение: Выберем ось x в направлении скорости частицы в момент $t = 0$. Ускорение частицы направлено, очевидно, против оси x. Обозначив величину начальной скорости через V_0, а величину ускорения через a, запишем следующие соотношения:

$$x = V_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2}, \quad x = V_0 t_2 - \frac{at_2^2}{2}, \quad -x = V_0 t_3 - \frac{at_3^2}{2}.$$

Поделив уравнения на a и исключая из полученной системы уравнений x/a и V_0/a, приходим к квадратному уравнению для t_3:

$$t_3^2 - (t_1 + t_2)t_3 - t_1 t_2 = 0,$$

откуда находим (после выбора положительного знака перед корнем)

$$t_3 = \frac{t_1 + t_2}{2} + \sqrt{\frac{(t_1 + t_2)^2}{4} + t_1 t_2}\ .$$

Разбалловка: Понята картина движения частицы – 2 балла.
Записаны формулы для координат частицы в моменты t_1, t_2 и t_3 – по 1 баллу за формулу.
Получено квадратное уравнение для t_3 – 4 балла.
Получен правильный ответ – 1 балл.

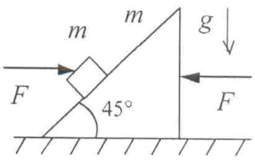
2. (10 баллов) Под каким углом к горизонту бросили камень, если во время полета максимальная и минимальная угловая скорость вращения вектора линейной скорости камня отличались в два раза?

Ответ: Камень бросили под углом 45°.

Решение: Угловая скорость ω вращения вектора линейной скорости может быть выражена через нормальное ускорение a_n и величину линейной скорости V как $\omega = a_n/V$. В верхней точке параболической траектории камня нормальное ускорение максимально ($a_n = g$), а скорость минимальна ($V = V_0\cos\alpha$, где V_0 - начальная скорость, α - угол броска), поэтому в этой точке ω максимальна и равна $\omega_{max} = g/(V_0\cos\alpha)$. В точке броска (а также в конечной точке полета) нормальное ускорение минимально ($a_n = g\cos\alpha$), а скорость максимальна ($V = V_0$), поэтому в этой точке ω минимальна и равна $\omega_{min} = g\cos\alpha/V_0$. Из условия $\omega_{max} = 2\omega_{min}$ находим $\cos\alpha = \sqrt{2}/2$ и $\alpha = 45°$.

Разбалловка: Угловая скорость вращения вектора скорости выражена через нормальное ускорение и линейную скорость – 3 балла.
Записана максимальная угловая скорость – 3 балла.
Записана минимальная угловая скорость – 3 балла.
Найден угол броска – 1 балл.

3. (10 баллов) Брусок массы m находится на наклонной грани расположенного на горизонтальном столе клина той же массы. Трение между бруском и клином, клином и столом отсутствует, угол при основании клина равен 45°. К бруску и клину во встречных направлениях приложены равные по величине горизонтальные силы F (см. рис.). Какой угол с вертикалью составляет вектор ускорения бруска? При каком значении приложенных сил вектор ускорения бруска меняет свое направление на противоположное? Ускорение свободного падения равно g.



Ответ: Вектор ускорения бруска составляет с вертикалью угол $\alpha \approx 27°$, определяемый формулой $\mathrm{tg}\alpha = 1/2$. Вектор ускорения меняет свое направление на противоположное при $F = mg$.

Решение: Направим ось x горизонтально вправо и ось y вертикально вверх. Запишем II закон Ньютона в проекции на ось x для клина

$$ma_{1x} = N\frac{\sqrt{2}}{2} - F$$

и для бруска

$$ma_{2x} = F - N\frac{\sqrt{2}}{2}\ .$$

Здесь N – величина силы взаимодействия бруска и клина (силы нормальной реакции клина). Из записанных соотношений следует, что проекции ускорений клина и бруска на ось x отличаются только знаком: $a_{1x} = - a_{2x}$. Обозначим y-компоненту ускорения бруска через a_{2y}. Записывая кинематическую связь (равенство ускорений клина и бруска в проекции на перпендикулярное к наклонной грани клина направление)

$$\frac{\sqrt{2}}{2}a_{1x} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(a_{2x} - a_{2y}\right)$$

и учитывая, что $a_{1x} = - a_{2x}$, получаем $a_{2x} = 2a_{2y}$. Угол α, который ускорение бруска составляет с вертикалью, определяется формулой $\mathrm{tg}\alpha = a_{2y}/a_{2x} = 1/2$. Если $a_{2x} > 0$ и $a_{2y} > 0$, то вектор ускорения направлен под углом α к положительному направлению оси y. Если же $a_{2x} < 0$ и $a_{2y} < 0$, то вектор ускорения направлен под углом α к отрицательному направлению оси y. Как видно из приведенного выше уравнения II закона Ньютона для бруска, смена знака a_{2x} происходит при $F = N\frac{\sqrt{2}}{2}$. Записывая II закон Ньютона для бруска в проекции на ось y в виде

$$ma_{2y} = N\frac{\sqrt{2}}{2} - mg\,,$$

получаем, что смена знака a_{2y} происходит при $N\frac{\sqrt{2}}{2} = mg$. Таким образом, при $F = mg$ происходит одновременная смена знака a_{2x} и a_{2y}, т.е. смена направления вектора ускорения бруска.

Разбалловка: Расставлены векторы сил – 1 балл.
Записан II закон Ньютона для бруска в проекции на горизонталь – 1 балл.
Записан II закон Ньютона для бруска в проекции на вертикаль – 1 балл.
Записан II закон Ньютона для клина в проекции на горизонталь – 1 балл.
Записана кинематическая связь – 2 балла.
Найден искомый угол - 2 балла.
Найдена искомая сила – 2 балла.

4. (10 баллов) Нить с подвешенным на ней шариком отклонили на угол 30° от вертикали и отпустили. Каким будет угол отклонения нити в момент, когда вертикальная скорость шарика достигнет максимума?

Ответ: Угол определяется формулой $\cos\alpha = \frac{2+\sqrt{15}}{6}$.

Решение: В момент достижения вертикальной скоростью шарика максимума, ускорение шарика направлено горизонтально. Отсюда следует, что вертикальная проекция силы натяжения нити T равна силе тяжести mg:

$$T\cos\alpha = mg$$

(α - угол отклонения нити в рассматриваемый момент). Из II закона Ньютона в проекции на нить следует также, что

$$\frac{mV^2}{R} = T - mg\cos\alpha$$

(здесь V – скорость шарика, а R – длина нити). Записывая дополнительно закон сохранения энергии в виде

$$\frac{mV^2}{2} = mgR\left(\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\right),$$

сводим систему трех уравнений к квадратному уравнению

$$3\cos^2\alpha - \sqrt{3}\cos\alpha - 1 = 0\,.$$

Выбирая решение этого уравнения с положительным знаком перед корнем, окончательно получаем $\cos\alpha = \frac{2+\sqrt{15}}{6}$.

Разбалловка: Записан баланс вертикальных сил – 3 балла.
Записан II закон Ньютона в проекции на нить – 2 балла.
Записан закон сохранения энергии – 2 балла.
Получено квадратное уравнение для нахождения угла – 2 балла.
Найден искомый угол – 1 балл.

5. (10 баллов) Газ находится в сосуде, в стенке которого имеется маленькое отверстие, через которое молекулы газа вылетают в вакуум. Как температура газа зависит от времени (растет, не меняется, убывает)? Теплоемкость стенок пренебрежимо мала.

Ответ: Температура газа убывает.

Решение: Молекулы газа имеют разброс по скоростям и, следовательно, по кинетическим энергиям. Температура газа – мера средней кинетической энергии молекул. За определенный промежуток времени более энергичные молекулы могут долететь до отверстия с большего расстояния. Следовательно, доля энергичных молекул среди вылетающих молекул больше, чем их доля внутри сосуда. Поэтому температура газа будет понижаться.

Разбалловка: Указано на наличие разброса по скоростям у молекул – 2 балла.
Указано, что температура является мерой средней кинетической энергии молекул – 2 балла.
Понято, что доля энергичных молекул среди вылетающих больше,
чем внутри сосуда – 4 балла.
Сформулирован правильный ответ – 2 балла.

9 класс

1. (10 баллов) Движущаяся прямолинейно с постоянным ускорением частица в моменты времени t_1, t_2 и t_3 ($0 < t_1 < t_2 < t_3$) находилась на одинаковом удалении от точки, которую она проходила в момент $t = 0$. Считая моменты t_1, t_2 известными, найти t_3.

Ответ: $t_3 = \dfrac{t_1+t_2}{2} + \sqrt{\dfrac{(t_1+t_2)^2}{4} + t_1 t_2}$.

Решение: Выберем ось x в направлении скорости частицы в момент $t = 0$. Ускорение частицы направлено, очевидно, против оси x. Обозначив величину начальной скорости через V_0, а величину ускорения через a, запишем следующие соотношения:

$$x = V_0 t_1 - \frac{a t_1^2}{2}, \quad x = V_0 t_2 - \frac{a t_2^2}{2}, \quad -x = V_0 t_3 - \frac{a t_3^2}{2}.$$

Поделив уравнения на a и исключая из полученной системы уравнений x/a и V_0/a, приходим к квадратному уравнению для t_3:

$$t_3^2 - (t_1+t_2)t_3 - t_1 t_2 = 0,$$

откуда находим (после выбора положительного знака перед корнем)

$$t_3 = \frac{t_1+t_2}{2} + \sqrt{\frac{(t_1+t_2)^2}{4} + t_1 t_2}.$$

Разбалловка: Понята картина движения частицы – 2 балла.
Записаны формулы для координат частицы в моменты t_1, t_2 и t_3 – по 1 баллу за формулу.
Получено квадратное уравнение для t_3 – 4 балла.
Получен правильный ответ – 1 балл.

2. (10 баллов) Сколько времени находилось в полете брошенное вертикально вверх тело, если отношение максимальной высоты к начальной равно 9/8 и за последнюю секунду тело пролетело половину пути?

Ответ: Тело находилось в полете 4 с.

Решение: Пусть t_1 – время подъема тела до верхней точки, t_2 – время падения от этой точки до середины пути, а g – ускорение свободного падения. Тогда

$$\frac{g t_1^2}{2} + \frac{g t_2^2}{2} = g t_2 t_3 + \frac{g t_3^2}{2}, \tag{1}$$

где $t_3 = 1$ с. Максимальную высоту подъема тела можно записать в виде $H = \dfrac{g(t_2+t_3)^2}{2}$, а начальную высоту как $h = \dfrac{g(t_2+t_3)^2}{2} - \dfrac{g t_1^2}{2}$. Из условия $H/h = 9/8$ получаем соотношение

$$t_2 + t_3 = 3t_1. \tag{2}$$

Из системы уравнений (1) и (2) находим $t_1 = 1$ с и $t_1 = 2$ с. Таким образом, полное время полета тела равно $t_1 + t_2 + t_3 = 4$ с.

Разбалловка: Составлены два независимых уравнения для нахождения t_1 и t_2 – по 3 балла за уравнение.
Получено решение системы уравнений и правильный ответ – 4 балла.

3. (10 баллов) Два тела равной массы и разной удельной теплоемкости имеют одинаковую начальную температуру. Если более теплоемкому телу сообщить некоторое количество теплоты и затем привести его в тепловой контакт с менее теплоемким, то переданное при теплообмене тел тепло будет отличаться в 1,2 раза по сравнению со случаем, когда то же начальное тепло сообщается менее теплоемкому телу. Найти отношение удельных теплоемкостей тел.

Ответ: Теплоемкости отличаются в 1,2 раза.

Решение: Обозначим через m массу каждого тела, а через C_1 и C_2 теплоемкости тел ($C_1 > C_2$). Независимо от того, какому телу сообщается начальное количество теплоты Q, итоговое повышение температуры тел будет одним и тем же и равным

$$\Delta t^\circ = \frac{Q}{m\left(C_1 + C_2\right)}.$$

При сообщении начального тепла телу с теплоемкостью C_1, повышение температуры тела с теплоемкостью C_2 обеспечивается передачей ему от первого тела количества тепла $Q_{12} = mC_2\Delta t^\circ$. При сообщении же начального тепла телу с теплоемкостью C_2, повышение температуры тела с теплоемкостью C_1 обеспечивается передачей ему количества тепла $Q_{21} = mC_1\Delta t^\circ$ от второго тела. Очевидно, что $Q_{21} > Q_{12}$. Тогда из условия $Q_{21}/ Q_{12} = 1,2$ находим $C_1/ C_2 = 1,2$.

Разбалловка: Записано выражение для итогового повышения температуры тел – 4 балла.
Записано выражение для Q_{12} – 2 балла.
Записано выражение для Q_{21} – 2 балла.
Найдено отношение теплоемкостей – 2 балла.

4. (10 баллов) На дне цилиндрического сосуда с водой лежит кубик, к которому с помощью нити прикреплен полностью погруженный в воду кусок льда. Кубик плотно прилегает ко дну, так что вода под него не подтекает. На сколько изменится сила, с которой вода действует на кубик, после того, как весь лед растает? Масса льда равна 0,18 кг, площадь дна сосуда вдвое больше площади грани кубика, плотности льда и воды равны соответственно 900 кг/м^3 и 1000 кг/м^3, ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2.

Ответ: Сила уменьшится на 0,1 Н.

Решение: Уровень воды в сосуде понизится в результате таяния льда на

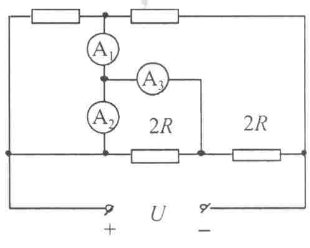
$$\Delta h = \left(\frac{m}{\rho_1} - \frac{m}{\rho_2}\right)\frac{1}{S},$$

где m – масса льда, ρ_1 и ρ_2 – плотности льда и воды соответственно, S – площадь дна. Из-за понижения уровня сила, с которой вода давит на кубик, уменьшится на

$$\rho_2 g\Delta h\frac{S}{2} = 0{,}1\ \text{Н}.$$

Здесь учтено, что площадь грани кубика равна $S/2$.

Разбалловка: Понято, что надо рассчитывать силу на верхнюю грань кубика – 3 балла.
Написано выражение для понижения уровня воды в сосуде – 4 балла.
Написано выражение для изменения силы на кубик – 2 балла.
Найден численный ответ – 1 балл.



5. (10 баллов) Цепь, составленная из резисторов с сопротивлениями R и $2R$ и амперметров с пренебрежимо малыми сопротивлениями, подключена к источнику с напряжением U (см. рис.). Найти показания амперметров.

Ответ: A_1, A_2 и A_3 показывают соответственно токи U/R, $3U/(2R)$ и $U/(2R)$.

Решение: Напряжения на левых резисторах в верхней и нижней ветвях цепи равны нулю, поскольку они зашунтированы амперметрами с пренебрежимо малым сопротивлением. Следовательно, равны нулю и токи через эти резисторы. На остальных двух резисторах напряжения равны напряжению источника, и через них текут токи U/R и $U/(2R)$. Отсюда ясно, что A_3 показывает ток $U/(2R)$, A_1 – ток U/R и A_2 – ток $3U/(2R)$.

Разбалловка: Найдены токи через резисторы – по 1 баллу за каждый резистор.
Найдены токи через амперметры – по 2 балла за каждый амперметр.

8 класс

1. (10 баллов) Два автомобиля выехали одновременно: один из пункта А в пункт Б, другой – из Б в А. Автомобиль, выехавший из пункта А, в течение часа двигался со скоростью 80 км/ч, полчаса стоял, а затем двигался до пункта Б со скоростью 100 км/ч. Скорость другого автомобиля была постоянной и равной 80 км/час. Каково расстояние между пунктами А и Б, если к моменту встречи автомобили прошли равные расстояния?

Ответ: Расстояние между пунктами А и Б равно 560 км.

Решение: Пусть t – промежуток времени от конца стоянки автомобиля, выехавшего из пункта А, до момента встречи автомобилей. Тогда условие равенства пройденных автомобилями до их встречи расстояний можно записать в виде

$$80 \text{ км/ч} \cdot 1 \text{ ч} + 100 \text{ км/ч} \cdot t = 80 \text{ км/ч} \cdot (1{,}5 \text{ ч} + t).$$

Отсюда находим $t = 2$ ч. Расстояние между городами равно $2 \cdot 80$ км/ч $\cdot\ 3{,}5$ ч $= 560$ км.

Разбалловка: Составлено уравнение для нахождения времени движения до встречи – 5 баллов.
Найдено полное время движения одного из автомобилей – 3 балла.
Найдено расстояние между городами – 2 балла.

2. (10 баллов) Два автомобиля приближаются к перекрестку по двум взаимно перпендикулярным шоссе, двигаясь с одинаковыми скоростями по 60 км/ч. В некоторый момент времени один автомобиль находился на расстоянии 2 км, а второй – на расстоянии 4 км от перекрестка. Через какое время скорость сближения автомобилей обратится в нуль?

Ответ: Через 3 мин.

Решение: Скорость сближения автомобилей обратится в нуль в тот момент, когда проекции скоростей автомобилей на линию, соединяющую автомобили, будут равны между собой. Такое положение достигается, когда один автомобиль, проехав перекресток, удалится от него на такое же расстояние, на какое другой не доедет до перекрестка. Это расстояние, очевидно, равно 1 км. При этом каждый из автомобилей проходит 3 км, затрачивая по 3 мин.

Разбалловка: Найдено положение автомобилей в момент нулевой скорости сближения – 6 баллов.
Найдены пройденные к этому моменту пути – 2 балла.
Получен ответ – 2 балла.

3. (10 баллов) Два тела равной массы и разной удельной теплоемкости имеют одинаковую температуру. Если более теплоемкому телу сообщить некоторое количество теплоты и привести его в тепловой контакт с менее теплоемким, то переданное при теплообмене тепло окажется в 1,2 раза меньше, чем в случае, когда начальное тепло сообщили бы менее теплоемкому телу. Найти отношение удельных теплоемкостей тел.

Ответ: Теплоемкости отличаются в 1,2 раза.

Решение: Обозначим через m массу каждого тела, а через C_1 и C_2 удельные теплоемкости тел ($C_1 > C_2$). Независимо от того, какому телу сообщается начальное количество теплоты Q, итоговое повышение температуры тел будет одним и тем же и равным

$$\Delta t^\circ = \frac{Q}{m\left(C_1 + C_2\right)}.$$

При сообщении начального тепла телу с теплоемкостью C_1, повышение температуры тела с теплоемкостью C_2 обеспечивается передачей ему от первого тела количества тепла $Q_{12} = mC_2\Delta t^\circ$. При сообщении же начального тепла телу с теплоемкостью C_2, повышение температуры тела с теплоемкостью C_1 обеспечивается передачей ему количества тепла $Q_{21} = mC_1\Delta t°$ от второго тела. Очевидно, что $Q_{21} > Q_{12}$. Тогда из условия $Q_{21}/ Q_{12} = 1{,}2$ находим $C_1/ C_2 = 1{,}2$.

Разбалловка: Записано выражение для итогового повышения температуры тел – 4 балла.
Записано выражение для Q_{12} – 2 балла.
Записано выражение для Q_{21} – 2 балла.
Найдено отношение теплоемкостей – 2 балла.

4. (10 баллов) На дне цилиндрического сосуда с водой лежит кубик, к которому с помощью нити прикреплен полностью погруженный в воду кусок льда. Кубик плотно прилегает ко дну, так что вода под него не подтекает. На сколько изменится сила, с которой вода действует на кубик, после того, как весь лед растает? Масса льда равна 0,18 кг, площадь дна сосуда вдвое больше площади грани кубика, плотности льда и воды равны соответственно 900 кг/м^3 и 1000 кг/м^3, ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2.

Ответ: Сила уменьшится на 0,1 Н.

Решение: Уровень воды в сосуде понизится в результате таяния льда на

$$\Delta h = \left(\frac{m}{\rho_1} - \frac{m}{\rho_2}\right)\frac{1}{S},$$

где m – масса льда, ρ_1 и ρ_2 – плотности льда и воды соответственно, S – площадь дна. Из-за понижения уровня сила, с которой вода давит на кубик, уменьшится на

$$\rho_2 g \Delta h \frac{S}{2} = 0{,}1 \text{ Н}.$$

Здесь учтено, что площадь грани кубика равна $S/2$.

Разбалловка: Понято, что надо рассчитывать силу на верхнюю грань кубика – 3 балла.
Написано выражение для понижения уровня воды в сосуде – 4 балла.
Написано выражение для изменения силы на кубик – 2 балла.
Найден численный ответ – 1 балл.

7 класс

Ответ: Расстояние между пунктами А и Б равно 560 км.

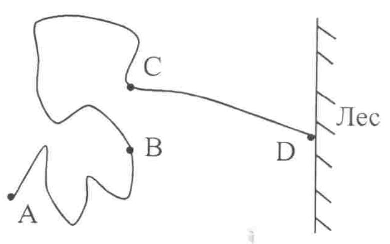
Решение: Пусть t – промежуток времени от конца стоянки автомобиля, выехавшего из пункта А, до момента встречи автомобилей. Тогда условие равенства пройденных автомобилями до их встречи расстояний можно записать в виде

$$80 \text{ км/ч} \cdot 1 \text{ ч} + 100 \text{ км/ч} \cdot t = 80 \text{ км/ч} \cdot (1{,}5 \text{ ч} + t).$$

Отсюда находим $t = 2$ ч. Расстояние между городами равно $2 \cdot 80$ км/ч $\cdot$ 3,5 ч = 560 км.

Разбалловка: Составлено уравнение для нахождения времени движения до встречи – 5 баллов.
Найдено полное время движения одного из автомобилей – 3 балла.
Найдено расстояние между городами – 2 балла.

2. (10 баллов) Семиклассник Вова отправился в лес по тропинке, вид которой приведен на рисунке. Участки тропинки AB, BC и CD он проходил за одинаковое время. Считая, что граница леса представляет собой прямую линию, указать, на каком из трех участков средняя скорость приближения Вовы к лесу минимальна и максимальна.



Ответ: Средняя скорость приближения к лесу максимальна на участке CD и минимальна (равна нулю) на участке BC.

Разбалловка: Понято, что при определении скорости приближения к лесу нужно рассматривать длину перпендикуляра, опущенного на границу леса – 4 балла.
Найден участок с наименьшей средней скоростью – 3 балла.
Найден участок с наибольшей средней скоростью – 3 балла.

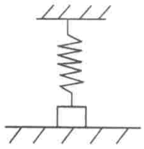
3. (10 баллов) Из одного листа металла сделали диск радиуса 5 см и кольцо с внутренним радиусом 5 см и внешним радиусом 10 см. Найти отношение масс этих тел.

Ответ: Масса кольца в 3 раза больше массы диска.

Решение: Масса диска m_1 пропорциональна квадрату его радиуса $R_1 = 5$ см: $m_1 = kR_1^2$, где коэффициент k измеряется в кг/см^2. Массу кольца m_2 можно представить как разность масс двух дисков радиусов 10 см и 5 см: $m_2 = kR_2^2 - kR_1^2 = 3kR_1^2 = 3m_1$.

Разбалловка: Понято, что масса диска пропорциональна квадрату его радиуса – 3 балла.
Масса кольца записана как разность масс двух дисков – 3 балла.
Получен ответ – 4 балла.

4. (10 баллов) Подвешенный на пружине кубик лежит на опоре (см. рис.). При этом растяжение пружины в 3 раза меньше, чем в отсутствие опоры. Во сколько раз изменится сила, с которой кубик действует на опору, если передвинуть ее в положение, при котором растяжение пружины увеличится в 1,5 раза?



Ответ: Сила уменьшится в 4/3 раза.

Решение: В первом положении сила со стороны пружины равна $mg/3$, а сила со стороны опоры $2mg/3$ (m – масса кубика, g – ускорение свободного падения). Когда опору передвинули, сила со стороны пружины возросла 1,5 раза, т.е. стала $mg/2$. Такой же стала и сила со стороны опоры. Таким образом, сила действия опоры на кубик (и кубика на опору) уменьшится в 4/3 раза.

Разбалловка: Найдена сила со стороны пружины в первом положении – 2 балла.
Найдена сила со стороны опоры в первом положении – 2 балла.
Найдена сила со стороны пружины во втором положении – 2 балла.
Найдена сила со стороны опоры во втором положении – 2 балла.
Получен ответ – 2 балла.

Общая рекомендация: При проверке, если задача не решена, можно давать 1-2 балла за правильно написанные физические законы, относящиеся к задаче.