Ответы и решения

к задачам муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по физике в 2019/2020 учебном году

11 класс

1. (10 баллов) Тело, брошенное под углом к горизонту, находилось в полете время T и упало на расстоянии L от точки броска. Считая, что угол между начальной скоростью и горизонтом больше 45°, найти момент времени, когда разность вертикального и горизонтального удалений тела от точки броска достигает максимума. Ускорение свободного падения равно g.

Ответ: Максимум разности удалений достигается в момент $t_{\max} = \frac{T}{2} - \frac{L}{gT}$.

Решение: Вертикальное удаление тела от точки броска, равное высоте подъема тела над землей, зависит от времени как

$$h(t) = V_0 \sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2},$$

где V_0 – начальная скорость тела и α - угол, под которым бросили тело. Горизонтальное удаление тела изменяется со временем как

$$\ell(t) = V_0 \cos\alpha\, t.$$

Зависимость от времени разности удалений является квадратичной функцией:

$$h(t) - \ell(t) = V_0(\sin\alpha - \cos\alpha)t - \frac{gt^2}{2},$$

график этой функции представляет собой параболу с максимумом в точке

$$t_{\max} = \frac{V_0(\sin\alpha - \cos\alpha)}{g}.$$

Используя формулы для времени и дальности полета

$$T = \frac{2V_0 \sin\alpha}{g}, \quad L = \frac{2V_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g} = V_0 \cos\alpha\, T,$$

выражаем $t_{\max}$ через данные задачи:

$$t_{\max} = \frac{T}{2} - \frac{L}{gT}.$$

Разбалловка: Записана зависимость от времени высоты подъема тела – 1 балл.
Записана зависимость от времени горизонтального удаления – 1 балл.
Записано выражение для разности удалений – 1 балл.
Найдено выражение для $t_{\max}$ через V_0 и α – 3 балла.
Записано выражение для времени полета T – 1 балл.
Записано выражение для дальности полета L – 1 балл.
Получен ответ для $t_{\max}$ через данные задачи – 2 балла.

2. (10 баллов) Брусок массы $2m$ положили на наклонную грань расположенного на горизонтальном столе клина массы m с углом 30° при основании. Трение между клином и столом отсутствует. Найти коэффициент трения между бруском и наклонной гранью клина, если действующая между ними сила трения оказалась равной $mg/2$.

Ответ: Коэффициент трения равен $\sqrt{3}/5 \approx 0{,}35$.

Решение: Прежде всего отметим, что при заданном значении силы трения тела не могут находиться в покое. Действительно, действующая на брусок сила тяжести имеет компоненту вдоль наклонной грани клина $2mg\sin 30° = mg$, которая превышает силу трения $F_{тр} = mg/2$. Следовательно, брусок будет соскальзывать с клина, при этом клин будет двигаться горизонтально.

Расставим действующие на брусок и клин силы (см. рис., действующая на клин сила тяжести и сила реакции со стороны стола опущены, чтобы не загромождать чертеж). Направим ось x перпендикулярно наклонной грани клина и запишем II закон Ньютона для бруска в проекции на эту ось в виде

$$2ma_{1x} = 2mg\frac{\sqrt{3}}{2} - N,$$

где N – сила нормальной реакции клина. Учитывая, что ускорение клина направлено горизонтально вправо, запишем II закон Ньютона для клина в проекции на горизонтальную ось в виде

$$ma_2 = \frac{N}{2} - mg\frac{\sqrt{3}}{4}.$$

$F_{тр} = mg/2$ a_2

Записывая далее кинематическую связь (равенство ускорений клина и бруска в проекции на перпендикулярное к наклонной грани клина направление)

$$a_{1x} = \frac{a_2}{2},$$

находим из системы трех записанных уравнений силу реакции клина

$$N = \frac{5\sqrt{3}}{6}mg.$$

Из формулы для силы трения скольжения $F_{тр} = \mu N$ выражаем коэффициент трения в виде

$$\mu = \frac{F_{тр}}{N}$$

и, подставив в это выражение найденную силу N и $F_{тр} = mg/2$, окончательно получаем

$$\mu = \sqrt{3}/5 \approx 0{,}35.$$

Разбалловка: Расставлены векторы сил – 1 балл.
Понято, что тела будут двигаться – 1 балл.
Записан II закон Ньютона для бруска в проекции на нормаль к наклонной грани клина – 1 балл.
Записан II закон Ньютона для клина в проекции на горизонталь – 1 балл.
Записана кинематическая связь – 2 балла.
Найдена сила N - 2 балла.
Записана формула $\mu = \frac{F_{тр}}{N}$ – 1 балл.
Найден коэффициент трения – 1 балл.

3. (10 баллов) Цилиндрический сосуд разделен на две неравные части легким поршнем, который может скользить по стенкам сосуда без трения. В частях сосуда находятся равные количества одноатомного идеального газа. Сосуд теплоизолирован, поршень проводит тепло. В результате установления в сосуде термодинамического равновесия объем меньшей части увеличился в полтора раза. Найти отношение прошедшего через поршень количества теплоты к внутренней энергии газа в сосуде. Теплоемкостью поршня и стенок сосуда пренебречь.

Ответ: Отношение равно 5/18.

Решение: Обозначим начальные температуры в частях сосуда через T_1 и T_2 (считая $T_1 > T_2$), а конечную температуру в сосуде через $T_к$. Поскольку сосуд теплоизолирован и работа извне над газом не совершается, то внутренняя энергия газа остается постоянной, что позволяет записать уравнение

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 = \frac{3}{2}\nu R(T_к - T_1) + \frac{3}{2}\nu R(T_к - T_2) = 0,$$

где $\Delta U_{1,2}$ – изменения внутренней энергии газа в частях сосуда, ν - число молей газа в каждой части сосуда, R – молярная газовая постоянная. Из записанного соотношения находим

$$T_к = \frac{T_1 + T_2}{2}.$$

Покажем далее, что давление газа в сосуде остается постоянным. Запишем уравнение Клапейрона-Менделеева для газа в каждой части сосуда в начальном

$$pV_1 = \nu RT_1, \quad pV_2 = \nu RT_2$$

и конечном

$$p'V_1' = \nu RT_к, \quad p'V_2' = \nu RT_к$$

состояниях. Здесь учтено, что давление газа в одной части сосуда все время остается равным давлению в другой части для обеспечения механического равновесия поршня. Складывая попарно записанные соотношения, получаем

$$pV_0 = \nu R(T_1 + T_2), \quad p'V_0 = \nu RT_к,$$

где введен полный объем сосуда $V_0 = V_1 + V_2 = V_1' + V_2'$. Сопоставляя полученные соотношения, находим, что

$$p' = p.$$

Таким образом, газ в каждой части сосуда совершает изобарный процесс.

Учитывая, что теплоемкость одноатомного газа в изобарном процессе равна $\frac{5}{2}\nu R$, можно записать количество теплоты, переданное через поршень от газа в 1-й части газу во 2-й части, как

$$Q = \frac{5}{2}\nu R(T_к - T_2) = \frac{5}{2}\nu R\frac{T_1 - T_2}{2}.$$

Поскольку внутренняя энергия газа в сосуде равна

$$U_1 + U_2 = \frac{3}{2}\nu R(T_1 + T_2),$$

то искомое отношение можно записать в виде

$$\frac{Q}{U_1 + U_2} = \frac{5(T_1 - T_2)}{6(T_1 + T_2)}.$$

Из условия, что объем меньшей (2-й) части увеличился (при постоянном давлении) в 1,5 раза, следует, что $T_к = 1{,}5T_2$. Учитывая полученное выше соотношение $T_к = 0{,}5(T_1 + T_2)$, находим, что $T_1 = 2T_2$. Подставляя эту формулу в отношение $Q/(U_1 + U_2)$, окончательно получаем

$$\frac{Q}{U_1 + U_2} = \frac{5}{18}.$$

Разбалловка: Выражена конечная температура через начальные – 2 балла.
Понято, что давление газа по обе стороны поршня одинаково – 1 балл.
Доказано, что давление в сосуде не меняется – 2 балла.
Выражено количество переданной теплоты – 3 балла.
Записано выражение для полной внутренней энергии – 1 балл.
Получен ответ – 1 балл.

4. (10 баллов) Поле равномерно заряженной полусферы с поверхностной плотностью заряда σ равно E_0 в точке 1, лежащей на оси симметрии вблизи поверхности полусферы (см. рис.). Чему равны поля, создаваемые полусферой в точках 2 и 3, расположенных на оси симметрии вблизи точки 1 (точка 2) и на расстоянии диаметра от точки 1 (точка 3)?

Ответ: В точках 2 и 3 полусфера создает равные по величине поля $E_2 = E_3 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - E_0$, где ε_0 – электрическая постоянная.

Решение: Если данную полусферу дополнить до сферы, добавив вторую полусферу (указана пунктиром на рис.), заряженную с той же поверхностной плотностью заряда σ, то поле в точке 2 станет равным нулю (поле внутри равномерно заряженной сферы отсутствует), а поле в точке 1 станет равным $\frac{\sigma 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ (поле равномерно заряженной сферы совпадает с полем точечного заряда, помещенного в центр сферы и равного полному заряду сферы). Из обращения в нуль поля в точке 2 следует, что добавленная полусфера создает в этой точке поле, равное по величине, но противоположно направленное, искомому полю E_2 данной полусферы. Такое же поле добавленная полусфера создает, очевидно, и в близкой точке 1. Таким образом, для точки 1 получаем соотношение

$$E_0 + E_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

откуда и находим поле E_2:

$$E_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - E_0.$$

Такое же поле, очевидно, создает данная полусфера в точке 3.

Разбалловка: Использована идея дополнения полусферы до сферы – 2 балла.
Понято, что добавочная полусфера создает равные поля в точках 1 и 2 – 2 балла.
Найдено поле в точке 2 – 3 балла.
Найдено поле в точке 3 – 3 балла.

5. (10 баллов) Подвешенный к потолку на пружине груз совершает колебания. Во сколько раз изменится амплитуда колебаний, если в момент прохождения грузом положения равновесия середину пружины закрепить?

Ответ: Амплитуда уменьшится в $\sqrt{2}$ раз.

Решение: При закреплении середины пружины положение равновесия груза останется прежним. Следовательно, скорость груза в момент закрепления останется максимальной и для колебаний груза на укороченной пружине. Максимальная скорость груза V_{max} связана с амплитудой колебаний A и частотой ω формулой $V_{max} = \omega A$, откуда $A = V_{max}/\omega$. Учитывая, что $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, где k – жесткость пружины, а m – масса груза, а также то, что жесткость пружины половинной длины вдвое больше жесткости исходной, приходим к выводу, что ω увеличивается в $\sqrt{2}$ раз, а амплитуда уменьшается в такое же число раз.

Разбалловка: Понято, что максимальная скорость груза не изменится в результате закрепления – 2 балла.
Использована формула $V_{max} = \omega A$ – 2 балла.
Использована формула $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ – 2 балла.
Понято, что жесткость пружины увеличится вдвое – 2 балла.
Получен ответ – 2 балла.

10 класс

1. (10 баллов) Брошенное вертикально вверх тело находилось в полете 4 с и за последнюю секунду прошло путь, который втрое больше пути, пройденного за первую секунду. Во сколько раз время падения от высшей точки до земли больше времени подъема от начальной высоты до верхней точки?

Ответ: В 2,2 раза.

Решение: Обозначим через t_1 время подъема тела от начальной высоты до верхней точки, а через t_2 время падения от высшей точки до земли. По условию задачи $t_1 + t_2 = 4$ с. Путь, пройденный за первую секунду, можно записать как

$$\frac{gt_1^2}{2} - \frac{g(t_1-1)^2}{2},$$

где g – ускорение свободного падения. Здесь учтено, что $t_1 > 1$ с (иначе, очевидно, не может быть выполнено условие задачи), и путь от начальной высоты до высшей точки записан как путь падения с верхней точки до начальной высоты в силу обратимости движения. Путь, пройденный за последнюю секунду движения, можно записать как разницу путей падения от высшей точки до земли $(gt_2^2/2)$ и пройденного за время t_2 -1 с:

$$\frac{gt_2^2}{2} - \frac{g(t_2-1)^2}{2} = gt_2 - \frac{g}{2}.$$

Записывая условие

$$gt_2 - \frac{g}{2} = 3\left[\frac{gt_1^2}{2} - \frac{g(t_1-1)^2}{2}\right]$$

и подставляя в него $t_2 = 4 - t_1$, получаем

$$t_1 = \frac{5}{4}.$$

Тогда

$$t_2 = 4 - t_1 = \frac{11}{4},$$

а искомое отношение равно

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{11}{5} = 2{,}2.$$

Разбалловка: Понято, что время подъема больше 1 с – 1 балл.
Записана формула для пути, пройденного за первую секунду – 2 балла.
Записана формула для пути, пройденного за последнюю секунду – 2 балла.
Найдено время подъема – 2 балла.
Найдено время падения – 2 балла.
Получен правильный ответ – 1 балл.

2. (10 баллов) Тело, брошенное под углом к горизонту, находилось в полете время T и упало на расстоянии L от точки броска. Считая, что угол между начальной скоростью тела и горизонтом больше 45°, найти момент времени, когда разность вертикального и горизонтального удалений тела от точки броска достигает максимума.

Ответ: Максимум разности удалений достигается в момент $t_{\max} = \frac{T}{2} - \frac{L}{gT}$.

Решение: Вертикальное удаление тела от точки броска, равное высоте подъема тела над землей, зависит от времени как

$$h(t) = V_0 \sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2},$$

где V_0 – начальная скорость тела и α - угол, под которым бросили тело. Горизонтальное удаление тела изменяется со временем как

$$\ell(t) = V_0 \cos\alpha\, t.$$

Зависимость от времени разности удалений является квадратичной функцией:

$$h(t) - \ell(t) = V_0(\sin\alpha - \cos\alpha)t - \frac{gt^2}{2},$$

график этой функции представляет собой параболу с максимумом в точке

$$t_{\max} = \frac{V_0(\sin\alpha - \cos\alpha)}{g}.$$

Используя формулы для времени и дальности полета

$$T = \frac{2V_0 \sin\alpha}{g}, \qquad L = \frac{2V_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g} = V_0 \cos\alpha\, T,$$

выражаем $t_{\max}$ через данные задачи:

$$t_{\max} = \frac{T}{2} - \frac{L}{gT}.$$

Разбалловка: Записана зависимость от времени высоты подъема тела – 1 балл.
Записана зависимость от времени горизонтального удаления – 1 балл.
Записано выражение для разности удалений – 1 балл.
Найдено выражение для $t_{\max}$ через V_0 и α – 3 балла.
Записано выражение для времени полета T – 1 балл.
Записано выражение для дальности полета L – 1 балл.
Получен ответ для $t_{\max}$ через данные задачи – 2 балла.

3. (10 баллов) Брусок массы $2m$ положили на наклонную грань расположенного на горизонтальном столе клина массы m с углом 30° при основании. Трение между клином и столом отсутствует. Найти коэффициент трения между бруском и наклонной гранью клина, если действующая между ними сила трения оказалась равной $mg/2$.

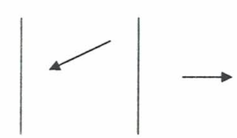
Ответ: Коэффициент трения равен $\sqrt{3}/5 \approx 0{,}35$.

Решение: Прежде всего отметим, что при заданном значении силы трения тела не могут находиться в покое. Действительно, действующая на брусок сила тяжести имеет компоненту вдоль наклонной грани клина $2mg \sin 30° = mg$, которая превышает силу трения $F_{тр} = mg/2$. Следовательно, брусок будет соскальзывать с клина, при этом клин будет двигаться горизонтально.

Расставим действующие на брусок и клин силы (см. рис., действующая на клин сила тяжести и сила реакции со стороны стола опущены, чтобы не загромождать чертеж). Направим ось x перпендикулярно наклонной грани клина и запишем II закон Ньютона для бруска в проекции на эту ось в виде

$$2ma_{1x} = 2mg\frac{\sqrt{3}}{2} - N,$$

где N – сила нормальной реакции клина. Учитывая, что ускорение клина направлено горизонтально вправо, запишем II закон Ньютона для клина в проекции на горизонтальную ось в виде



$$ma_2 = \frac{N}{2} - mg\frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Записывая далее кинематическую связь (равенство ускорений клина и бруска в проекции на перпендикулярное к наклонной грани клина направление)

$$a_{1x} = \frac{a_2}{2},$$

находим из системы трех записанных уравнений силу реакции клина

$$N = \frac{5\sqrt{3}}{6}mg.$$

Из формулы для силы трения скольжения $F_{тр} = \mu N$ выражаем коэффициент трения в виде

$$\mu = \frac{F_{тр}}{N}$$

и, подставив в это выражение найденную силу N и $F_{тр} = mg/2$, окончательно получаем

$$\mu = \sqrt{3}/5 \approx 0{,}35.$$

Разбалловка: Расставлены векторы сил – 1 балл.
Понято, что тела будут двигаться – 1 балл.
Записан II закон Ньютона для бруска в проекции на нормаль к наклонной грани клина – 1 балл.
Записан II закон Ньютона для клина в проекции на горизонталь – 1 балл.
Записана кинематическая связь – 2 балла.
Найдена сила N - 2 балла.
Записана формула $\mu = \frac{F_{тр}}{N}$ – 1 балл.
Найден коэффициент трения – 1 балл.

4. (10 баллов) Между двумя шарами разной массы, двигающимися навстречу друг другу с равными скоростями, происходит центральный абсолютно упругий удар. При каком отношении масс шаров более легкий шар получит в результате удара максимальную долю суммарной кинетической энергии шаров?

Ответ: Искомое отношение масс равно 3:1.

Решение: Если возможна остановка более массивного шара после удара, то в этом случае всю кинетическую энергию получит легкий шар. Проверим возможность такого результата соударения. Обозначив массы легкого и тяжелого шаров через m и M соответственно, а их скорости перед ударом через V, запишем законы сохранения импульса и энергии для случая остановки тяжелого шара после соударения:

$$MV - mV = mu, \qquad \frac{MV^2}{2} + \frac{mV^2}{2} = \frac{mu^2}{2}.$$

Рассматривая эти соотношения как систему уравнений относительно u и M/m и исключая u, находим

$$M/m = 3.$$

Разбалловка: Записан закон сохранения импульса – 1 балл.
Записан закон сохранения энергии – 1 балл.
Понято, что тяжелый шар должен остановиться – 5 баллов.
Получен ответ – 3 балла.

5. (10 баллов) В сосуде находится газ в равновесном состоянии. Отношение числа молекул, имеющих скорости вдоль оси x в интервалах 300±1 м/с и 500±1 м/с, равно 5/2. Чему равно отношение частот ударов молекул из этих интервалов в стенку сосуда, перпендикулярную оси x?

Ответ: Частота ударов молекул из интервала 300±1 м/с в 1,5 раза больше, чем из другого интервала.

Решение: Частота ударов (число ударов за 1 с) молекул из узкого интервала скорости пропорциональна произведению концентрации молекул данного сорта на скорость молекул. В равновесном состоянии в интервале 300±1 м/с молекул в 5/2 раза больше, чем в интервале 500±1 м/с. Таким образом, отношение частот находим как

$$\frac{5 \cdot 300 \text{ м/с}}{2 \cdot 500 \text{ м/с}} = \frac{3}{2}.$$

Разбалловка: Указано, что частота ударов пропорциональна произведению концентрации молекул данного сорта на компоненту скорости молекул вдоль нормали к стенке – 4 балла.
Понято, что в каком интервале скоростей молекул больше – 2 балла.
Получен правильный ответ – 4 балла.

9 класс

1. (10 баллов) Движущаяся прямолинейно с постоянным ускорением частица проходит за промежуток времени $0 \le t \le t_1$ путь S_1, а за промежуток $0 \le t \le 2t_1$ путь $2S_1$. Какой путь пройдет частица к моменту времени $3t_1$? Чему будет равна скорость частицы в момент $3t_1$?

Ответ: Частица пройдет путь $5S_1$. Скорость частицы будет равна $\frac{4S_1}{t_1}$.

Решение: Ясно, что вектор ускорения частицы направлен против вектора начальной скорости, в момент t_1 частица останавливается и в течение интервала $t_1 \le t \le 2t_1$ возвращается в исходную точку. Только в этом случае будут одинаковы пути, пройденные за $0 \le t \le t_1$ и $t_1 \le t \le 2t_1$. Путь, пройденный за интервал $2t_1 \le t \le 3t_1$ будет в 3 раза больше пути, пройденного за интервал $t_1 \le t \le 2t_1$, т.е. будет равен $3S_1$, а полный путь, пройденный с момента начала движения, будет равен $5S_1$. Путь $4S_1$, пройденный в течение интервала $t_1 \le t \le 3t_1$ можно записать как $4S_1 = \frac{a(2t_1)^2}{2}$, где a – ускорение частицы. Скорость V в момент $3t_1$ определяется формулой $V = a2t_1$. Из записанных соотношений находим

$$V = \frac{4S_1}{t_1}.$$

Разбалловка: Понята картина движения частицы – 2 балла.
Найден путь за время $3t_1$ – 4 балла.
Найдена скорость в момент $3t_1$ – 4 балла.

2. (10 баллов) Брошенное вертикально вверх тело находилось в полете 4 с и за последнюю секунду прошло путь, который втрое больше пути, пройденного за первую секунду. Во сколько раз время падения от высшей точки до земли больше времени подъема от начальной высоты до верхней точки?

Ответ: В 2,2 раза.

Решение: Обозначим через t_1 время подъема тела от начальной высоты до верхней точки, а через t_2 время падения от высшей точки до земли. По условию задачи $t_1 + t_2 = 4$ с. Путь, пройденный за первую секунду, можно записать как

$$\frac{gt_1^2}{2} - \frac{g(t_1-1)^2}{2},$$

где g – ускорение свободного падения. Здесь учтено, что $t_1 > 1$ с (иначе, очевидно, не может быть выполнено условие задачи), и путь от начальной высоты до высшей точки записан как путь падения с верхней точки до начальной высоты в силу обратимости движения. Путь, пройденный за последнюю секунду движения, можно записать как разницу путей падения от высшей точки до земли $(gt_2^2/2)$ и пройденного за время t_2 -1 с:

$$\frac{gt_2^2}{2} - \frac{g(t_2-1)^2}{2} = gt_2 - \frac{g}{2}.$$

Записывая условие

$$gt_2 - \frac{g}{2} = 3\left[\frac{gt_1^2}{2} - \frac{g(t_1-1)^2}{2}\right]$$

и подставляя в него $t_2 = 4 - t_1$, получаем

$$t_1 = \frac{5}{4}.$$

Тогда

$$t_2 = 4 - t_1 = \frac{11}{4},$$

а искомое отношение равно

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{11}{5} = 2{,}2.$$

Разбалловка: Понято, что время подъема больше 1 с – 1 балл.
Записана формула для пути, пройденного за первую секунду – 2 балла.
Записана формула для пути, пройденного за последнюю секунду – 2 балла.
Найдено время подъема – 2 балла.
Найдено время падения – 2 балла.
Получен правильный ответ – 1 балл.

3. (10 баллов) Пять тел, удельные теплоемкости которых одинаковы и массы которых относятся как 1:2:3:4:5, имеют температуры, равные соответственно $5t_0$, $5t_0/2$, $5t_0/3$, $5t_0/4$, t_0. Какая установится температура, если тела привести в тепловой контакт?

Ответ: Установившаяся температура равна $\frac{5}{3}t_0$.

Решение: Поскольку заранее точно не известно, какие именно тела отдают тепло, а какие получают, то уравнение теплового баланса запишем в виде

$$Cm(5t_0 - \Theta) + 2Cm\left(\frac{5t_0}{2} - \Theta\right) + 3Cm\left(\frac{5t_0}{3} - \Theta\right) + 4Cm\left(\frac{5t_0}{4} - \Theta\right) + 5Cm(t_0 - \Theta) = 0,$$

где C – удельная теплоемкость, m – масса самого легкого из тел, Θ – конечная температура тел. Из записанного уравнения находим, что

$$\Theta = \frac{5}{3}t_0.$$

Разбалловка: Записано уравнение теплового баланса – 5 баллов.
Получен правильный ответ – 5 баллов.

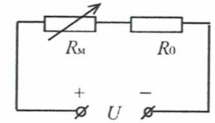
4. (10 баллов) Тонкостенный шар плавает в воде, погрузившись до половины. Через образовавшуюся течь в шар начинает поступать вода. Разница уровней воды снаружи и внутри шара сначала уменьшается, а затем растет. Считая объем шара равным V, найти объем воды, поступившей в шар к моменту, когда разница уровней воды снаружи и внутри шара становится минимальной.

Ответ: Объем поступившей в шар воды равен $V/4$.

Решение: Вес поступающей в шар воды компенсируется возрастанием силы Архимеда за счет большего погружения шара. Толщина слоя воды в шаре растет быстрее со временем, чем глубина погружения шара, пока площадь зеркала воды внутри шара меньше площади сечения шара на уровне воды снаружи. При этом разница уровней воды снаружи и внутри уменьшается (в самом начале она была равна радиусу шара). После того, как площадь зеркала воды внутри шара сравняется с площадью сечения шара на уровне воды снаружи, разница уровней начнет возрастать. Данное условие выполнится, очевидно, в тот момент, когда объем воды внутри шара станет равным четверти объема шара.

Разбалловка: Понято, что вытесняемый шаром объем воды возрастает на объем поступившей внутрь шара воды – 3 балла.
Понято, что минимальная разница уровней воды достигается в момент равенства площадей зеркала воды внутри и сечения шара на уровне воды снаружи – 4 балла.
Найден искомый объем – 3 балла.

5. (10 баллов) Цепь, составленная из резистора с сопротивлением R_0 = 55 Ом и магазина сопротивлений, который может принимать дискретные (с шагом 10 Ом) значения $R_м$ = 10, 20, 30 … 100 Ом, подключена к источнику с напряжением U = 100 В (см. рис.). Какую максимальную мощность можно получить на магазине сопротивлений?



Ответ: Максимальная мощность равна 45,37 Вт и достигается при сопротивлении магазина 60 Ом.

Решение: Выделяющаяся на магазине сопротивлений мощность определяется формулой

$$P = \frac{U^2 R_м}{(R_м + R_0)^2},$$

которую для анализа полезно преобразовать к виду

$$P = \frac{U^2}{R_0\left(\sqrt{\frac{R_м}{R_0}} + \sqrt{\frac{R_0}{R_м}}\right)^2}.$$

Сумма взаимно обратных величин в знаменателе имеет минимум при $R_м = R_0$. При этом выделяющаяся мощность имеет максимум. Поскольку условие = 55 Ом не может быть выполнено точно, нужно взять $R_м$ как можно ближе к 55 омам, т.е. проверить на максимум мощности значения 50 Ом и 60 Ом. При $R_м$ = 50 Ом получается 45,35 Вт, а при $R_м$ = 60 Ом 45,37 Вт. Таким образом, максимальная мощность равна 45,37 Вт.

Разбалловка: Написана выражение для выделяемой на магазине мощности – 2 балла.
Понято, что максимум мощности достигается при $R_м = R_0$ – 5 баллов.
Из двух значений $R_м$ = 50 и 60 Ом выбрано правильное – 3 балла.
(За правильный ответ, полученный прямым перебором значений $R_м$, ставить 10 баллов.)

8 класс

1. (10 баллов) Два автомобиля выехали одновременно: один из пункта А в пункт Б, другой – из Б в А. Автомобиль, выехавший из пункта А, в течение часа двигался со скоростью 70 км/ч, четверть часа стоял, а затем двигался до пункта Б со скоростью 90 км/ч. Скорость другого автомобиля была постоянной и равной 80 км/час. Каково расстояние между пунктами А и Б, если автомобили прибыли в пункты назначения одновременно?

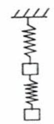
Ответ: Расстояние между пунктами А и Б равно 340 км.

Решение: Обозначив через t время движения каждого автомобиля, составим уравнение

$$80 \cdot t = 70 \cdot 1 \text{ час} + 90 \cdot \left(t - \frac{5}{4}\text{час}\right).$$

Отсюда находим $t = 4\frac{1}{4}$ час. Расстояние между городами находим как $80 \cdot t = 340$ км.

Разбалловка: Составлено уравнение для нахождения времени движения – 5 баллов.
Найдено время движения – 2 балла.
Найдено расстояние между городами – 3 балла.



2. (10 баллов) Два груза равной массы подвешены на двух одинаковых легких пружинах, как показано на рисунке. Удлинение верхней пружины равно 6 см. Чему равно удлинение нижней пружины? Под нижний груз поместили подставку и начали смещать его вверх. На сколько нужно сместить вверх нижний груз, чтобы деформации пружин оказались равными по величине?

Ответ: Удлинение нижней пружины равно 3 см. Нижний груз надо сместить вверх на 9 см.

Решение: Верхняя пружина растягивается весом двух грузов, а нижняя – одного. Поэтому ее растяжение в два раза меньше, т.е. составляет 3 см. Одинаковая по величине деформация пружин может быть достигнута только в том случае, когда верхняя пружина растянута, а нижняя сжата. При этом векторная сумма сил упругости должна уравновешивать вес верхнего груза. Отсюда следует, что сила упругости каждой пружины должна быть равна половине веса верхнего груза, что достигается при деформации в 1,5 см. Получается, что верхний груз должен сместиться вверх на 4,5 см, а нижний груз – на 9 см.

Разбалловка: Найдено удлинение нижней пружины – 2 балла.
Понято, что деформации пружин должны быть разного знака – 3 балла.
Понято, какой должна быть величина деформаций – 3 балла.
Получен ответ – 2 балла.

3. (10 баллов) Пять тел, удельные теплоемкости которых одинаковы и массы которых относятся как 1:2:3:4:5, имеют температуры, равные соответственно $5t_0$, $5t_0/2$, $5t_0/3$, $5t_0/4$, t_0. Какая установится температура, если тела привести в тепловой контакт.

Ответ: Установившаяся температура равна $\frac{5}{3}t_0$.

Решение: Поскольку заранее точно не известно, какие именно тела отдают тепло, а какие получают, то уравнение теплового баланса запишем в виде

$$Cm(5t_0 - \Theta) + 2Cm\left(\frac{5t_0}{2} - \Theta\right) + 3Cm\left(\frac{5t_0}{3} - \Theta\right) + 4Cm\left(\frac{5t_0}{4} - \Theta\right) + 5Cm(t_0 - \Theta) = 0,$$

где C – удельная теплоемкость, m – масса самого легкого из тел, Θ – конечная температура тел. Из записанного уравнения находим, что

$$\Theta = \frac{5}{3}t_0.$$

Разбалловка: Записано уравнение теплового баланса – 5 баллов.
Получен правильный ответ – 5 баллов.

4. (10 баллов) В сообщающиеся сосуды цилиндрической формы, поперечные сечения которых отличаются в два раза, налита вода. Какой объем воды перейдет из одного сосуда в другой, если в широкий сосуд пустить плавать тело массой m? Плотность воды равна ρ. Считать, что тело не касается дна и стенок сосуда.

Ответ: Из широкого в узкий сосуд перейдет объем воды, равный $m/(3\rho)$.

Решение: Размещение в широком сосуде плавающего тела массы m эквивалентно доливанию в этот сосуд объема воды, равного m/ρ. Поскольку уровни воды в сообщающихся сосудах должны остаться одинаковыми, 1/3 этого объема перетечет в более узкий сосуд.

Разбалловка: Понято, что размещение плавающего тела эквивалентно добавлению воды объемом m/ρ – 5 баллов.
Понято, что этот объем должен распределиться между сосудами как 2:1 – 2 балла.
Получен ответ – 3 балла.

7 класс

1. (10 баллов) Два автомобиля выехали одновременно: один из пункта А в пункт Б, другой – из Б в А. Автомобиль, выехавший из пункта А, в течение часа двигался со скоростью 70 км/ч, четверть часа стоял, а затем двигался до пункта Б со скоростью 90 км/ч. Скорость другого автомобиля была постоянной и равной 80 км/час. Каково расстояние между пунктами А и Б, если автомобили прибыли в пункты назначения одновременно?

Ответ: Расстояние между пунктами А и Б равно 340 км.

Решение: Обозначив через t время движения каждого автомобиля, составим уравнение

$$80 \cdot t = 70 \cdot 1 \text{ час} + 90 \cdot \left(t - \frac{5}{4}\text{час}\right).$$

Отсюда находим $t = 4\frac{1}{4}$ час. Расстояние между городами находим как $80 \cdot t = 340$ км.

Разбалловка: Составлено уравнение для нахождения времени движения – 5 баллов.
Найдено время движения – 2 балла.
Найдено расстояние между городами – 3 балла.

2. (10 баллов) Электричка проходит мимо перрона станции с постоянной скоростью, и промежуток времени от момента, когда кабина электрички поравнялась с началом перрона, до момента, когда хвост электрички прошел мимо конца перрона, составил 18 с. Другая электричка, движущаяся с постоянной скоростью во встречном направлении, проходит мимо этого перрона за 14 с. Какое время займет прохождение этих электричек мимо друг друга (от момента, когда поравняются головы электричек, до момента, когда поравняются хвосты)? Длины электричек одинаковы и равны половине длины перрона.

Ответ: $5\frac{1}{4}$ с.

Решение: Обозначим длину электрички через L, тогда длина перрона равна $2L$. Для первой электрички можно записать соотношение $L + 2L = V_1 \cdot 18$ с, где V_1 – скорость этой электрички. Для второй электрички аналогичное соотношение выглядит так $L + 2L = V_2 \cdot 14$ с, где V_2 – скорость второй электрички. Время прохождения электричек мимо друг друга можно записать как $t = 2L/(V_1 + V_2)$. Выражая V_1 и V_2 из первых двух соотношений и подставляя их в формулу для t, находим $t = 5{,}25$ с.

Разбалловка: Составлено выражение для скорости V_1 – 2 балла.
Составлено выражение для скорости V_1 – 2 балла.
Составлено выражение для t – 4 балла.
Получен правильный ответ – 2 балла.

3. (10 баллов) Два квадрата вырезаны из листов различных сплавов, плотности которых отличаются в 2 раза. Массы квадратов равны. Сторона квадрата, сделанного из сплава большей плотности, в 2 раза больше стороны другого квадрата. Во сколько раз отличаются толщины листов сплавов?

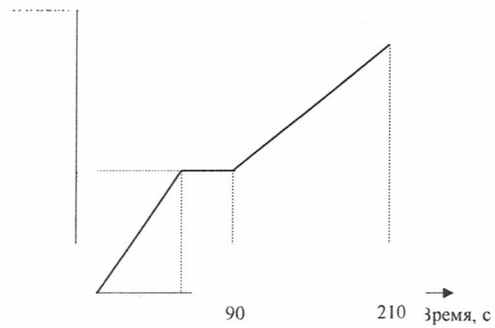
Ответ: Лист сплава меньшей плотности толще в 8 раз.

Решение: Масса квадрата равна произведению площади квадрата на его толщину и на плотность материала.

Разбалловка: Использовано, что масса квадрата равна произведению площади квадрата на его толщину и на плотность материала – 3 балла.
Понято, что площадь пропорциональна квадрату стороны– 2 балла.
Получен ответ – 5 баллов.

4. (10 баллов) Два одинаковых цилиндрических сосуда на середине высоты соединены трубкой. Один из сосудов на четверть заполнен 2 литрами воды, а другой пуст. С момента $t = 0$ в пустой сосуд равномерно наливают воду с темпом 1 литр за 15 секунд. Нарисовать график зависимости объема воды в сосуде, в который наливают воду, от времени. График рисовать до полного заполнения водой обоих сосудов. Учесть, что при уровне воды в сосудах выше соединительной трубки эти уровни всегда равны (сообщающиеся сосуды). Объемом соединительной трубки пренебречь.

Ответ: См. рис.



Разбалловка: Правильно нарисован участок графика до начала перетекания воды – 3 балла.
Правильно нарисован горизонтальный участок графика – 3 балла.
Правильно нарисован последний участок графика – 4 балла.

Общая рекомендация: При проверке, если задача не решена, можно давать 1-2 балла за правильно написанные физические законы, относящиеся к задаче.